This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

5161
QC
125
P52
1902
ENG

QUELQUES RÉFLEXIONS

SUR LA MÉCANIQUE

SUIVIES D'UNE

PREMIÈRE LEÇON DE DYNAMIQUE,

PAR

ÉMILE PICARD,
MEMBRE DE L'INSTITUT.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
55, Quai des Grands-Augustins.

1902

ENG
QC125
P52
1902
TIMO-
SHENKO
COLL

ENGINEERING LIBRARY

QUELQUES RÉFLEXIONS

SUR LA MÉCANIQUE

SUIVIES D'UNE

PREMIÈRE LEÇON DE DYNAMIQUE.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS,
31047 Quai des Grands-Augustins, 55.

QUELQUES RÉFLEXIONS

SUR LA MÉCANIQUE

SUIVIES D'UNE

PREMIÈRE LEÇON DE DYNAMIQUE,

PAR

ÉMILE PICARD,
MEMBRE DE L'INSTITUT.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
55, Quai des Grands-Augustins.

1902

(Tous droits réservés)

PRÉFACE.

Ayant eu récemment à écrire un rapport général sur les Sciences à propos de l'Exposition universelle de 1900 en me plaçant à un point de vue général et philosophique, j'ai dû consacrer un Chapitre aux principes de la Mécanique et de l'Énergétique. Il a paru à quelques personnes qu'il y aurait intérêt à publier à part ce Chapitre; c'est ce qui me décide à faire paraître ce petit Volume. Il se termine par la première Leçon de Dynamique que je fais, depuis 1894, à l'École centrale des Arts et Manufactures dans mon Cours de Mécanique générale; dans certaines de ses parties, cette Leçon essentiellement élémentaire diffère sensiblement des expositions traditionnelles.

ÉMILE PICARD.

QUELQUES RÉFLEXIONS

SUR LA MÉCANIQUE

SUIVIES D'UNE

PREMIÈRE LEÇON DE DYNAMIQUE.

MÉCANIQUE ET ÉNERGÉTIQUE.

I.

SUR LES PRINCIPES DE LA MÉCANIQUE.

A la fin du XVIIIe siècle, les principes de la Mécanique semblaient au-dessus de toute critique et l'œuvre des fondateurs de la Science du mouvement formait un bloc que l'on croyait devoir défier à jamais le temps. Depuis cette époque, une analyse pénétrante a examiné à la loupe les fondations de l'édifice. En fait, là où les Lagrange et les Laplace trouvaient toutes choses simples, nous rencontrons aujourd'hui les plus sérieuses difficultés. Tous

ceux qui ont eu à enseigner les débuts de la Mécanique, pour peu qu'ils aient réfléchi par eux-mêmes, ont senti combien les expositions plus ou moins traditionnelles des principes sont incohérentes. Elles sont trop souvent imprégnées de ce dualisme entre force et matière qui s'était introduit dans l'ancienne Mécanique; la force y paraît être un agent particulier qui est la cause du mouvement de la matière. Aussi d'illustres physiciens ont-ils voulu rompre avec les anciennes habitudes. Abandonnant complètement le point de vue historique du développement de la Science, ils se placent à un point de vue analogue à celui du géomètre qui construit une Géométrie en partant d'un certain nombre d'axiomes; leur méthode est ainsi toute *déductive*. Une telle manière de procéder a ses avantages et ses inconvénients. Les avantages sont que l'exposition est d'une clarté parfaite et que le système est bien enchaîné; on construit ainsi de toutes pièces et *a priori* un ensemble de représentations, et l'on en tire toutes les conséquences possibles. C'est seulement quand l'exposition du système est complète que l'on compare les résultats avec l'expérience. Cette façon de procéder est évidemment

très philosophique; elle avoue, en quelque sorte, nettement dès le début, que le seul but de la Science est de chercher un système d'images que nous faisons correspondre à la réalité et qui permettent dans certains cas de prévoir cette réalité sans avoir la prétention de l'atteindre effectivement. On comprend de plus immédiatement que ce système d'images ne soit pas nécessairement unique et qu'on puisse en adopter plusieurs. Mais ici, nous touchons en même temps aux inconvénients de cette voie déductive, au moins comme méthode d'enseignement; elle ne montre pas comment on a été conduit à échafauder la construction et en cela ne satisfait pas l'esprit. La même difficulté ne se présentait évidemment pas pour la Géométrie, où les postulats ont un caractère beaucoup plus intuitif et se rapportent à l'expérience vulgaire.

Un type de construction de la Mécanique à la manière déductive nous est offert par les leçons de M. Boltzmann sur les principes de la Mécanique. On pose l'existence d'un certain nombre de points matériels et une série de postulats sur le mouvement de ces points est formulée. L'accélération de chaque point est la somme de $n - 1$ accélérations partielles dirigées suivant

les droites joignant le point considéré aux $n - r$ autres. De plus, ces accélérations partielles, quand on considère les différents points, sont deux à deux de sens contraires et dans un rapport constant, et un système unique de rapports peut être adopté pour les différents points; enfin, elles dépendent simplement de la distance des deux points correspondants.

On voit qu'avec un tel système de postulats, qu'on pourrait même élargir quelque peu, l'introduction des notions de masse et de force ne présente aucune difficulté. Un système d'équations différentielles d'une forme déterminée se trouve établi. Il y entre diverses fonctions arbitraires; on aura à voir si, pour telles catégories de phénomènes, on peut les choisir de façon que les faits concordent avec ces équations différentielles et que l'on puisse prédire les mouvements correspondant à certaines données initiales. S'il en est ainsi, on est en possession du système d'images dont je parlais plus haut; on a tout ce que l'on doit chercher dans l'explication mécanique des phénomènes comme le demandait Kirchhoff.

Nous chercherons plus loin si cette dernière vue, excellente en elle-même, ne doit cependant

pas être énoncée avec quelques réserves et si, formulée d'une manière trop absolue, elle n'est pas susceptible de nuire aux progrès de la Science.

Un autre type de construction de la Mécanique à la manière déductive nous est offert par le Traité de Hertz. On sait que le grand physicien, enlevé si tôt à la Science, après ses immortelles découvertes sur la propagation des ondes électromagnétiques, consacra la dernière année de sa vie à rassembler ses vues sur la Mécanique. Le système de Hertz rompt beaucoup plus avec les habitudes traditionnelles que le système précédent. Quelques notions purement cinématiques doivent d'abord être rappelées. Considérant un système de points affectés de certains coefficients qui deviendront plus tard les masses, il est aisé de définir ce qu'on entend par *longueur* d'un déplacement élémentaire de ce système de points, ainsi que par *direction* et par *courbure* de ce déplacement. Il peut y avoir certaines liaisons entre les points du système; quand elles sont indépendantes du temps et qu'elles concernent seulement les positions relatives des différents points, on dit que le système est *libre*. Appelons encore, avec Hertz, déplace-

ment élémentaire *le plus droit* un déplacement qui a une courbure moindre que tout autre déplacement élémentaire possible de même direction, et désignons enfin par chemin *le plus droit* un chemin dont tous les éléments sont les plus droits.

Avec ces définitions, nous pouvons énoncer le postulat fondamental sur lequel est basée toute la Mécanique de Hertz : *un système libre demeure en repos ou décrit d'une manière uniforme une trajectoire qui est un chemin le plus droit.* On pourrait encore donner une autre forme à ce principe en disant que, *dans le mouvement réel la somme des accélérations des points du système multipliés par leurs masses est à chaque instant minima parmi tous les mouvements possibles répondant à la même position et aux mêmes vitesses,* et ceci rappelle un théorème célèbre de Gauss. Pour Hertz, tout système dans la nature est un système libre ou une portion d'un système libre auquel on peut appliquer le principe fondamental. Il y a cependant des systèmes qui nous paraissent libres et auxquels ne s'applique certainement pas le principe; cela tient, répond Hertz, à ce que, outre les mouvements visibles, il y a des mouve-

ments cachés et que les systèmes visibles sont liés à des systèmes cachés, de telle sorte que l'ensemble du système visible et du système caché forme réellement un système libre. La nécessité dans certains cas de l'introduction de masses cachées paraît d'abord singulière; en réalité cette introduction est très familière au physicien. L'éther, qui joue un si grand rôle en Physique, est une masse cachée et certains mouvements vibratoires de la matière pondérable sont eux-mêmes des mouvements cachés.

On comprend, toutefois, que l'indétermination qui subsiste dans l'introduction des masses cachées doive rendre singulièrement difficile l'application des idées de Hertz, même dans des cas très simples. C'est là un grave reproche, mais si l'on passe outre, on ne peut qu'admirer la belle construction du grand physicien; elle est largement suggestive et *constitue un vaste programme* pour la Mécanique de l'avenir. On ne doit pas s'étonner que la force ne joue dans tout cela aucun rôle; il n'en peut être autrement dans la méthode déductive, où les lois seules du mouvement sont posées. La force ne pourra apparaître que comme une certaine expression analytique. C'est ce qui arrive quand on consi-

dère un système libre que l'on décompose en deux parties; on est alors conduit à envisager l'action d'une des parties sur l'autre et inversement. On obtient ainsi des actions et réactions directement opposées. Ceci rappelle le postulat classique de Newton sur l'égalité de l'action et de la réaction, mais il importe de remarquer que la loi affirmée par Newton a un caractère plus général que celle qui se déduit des principes de Hertz.

Une comparaison un peu grossière et qui n'est pas entièrement exacte fera suffisamment comprendre ce point. Les seules forces pour Hertz sont en quelque sorte des actions de contact; il n'y a donc dans sa Mécanique que des actions et réactions appliquées aux mêmes points. Quand Newton, au contraire, considère l'action et la réaction du Soleil et d'une planète, les deux forces sont appliquées à deux points différents. La Mécanique du physicien de Bonn ne connaît pas de telles forces, et ses principes ne pourraient s'appliquer à ce cas que si quelque hypothèse était faite sur la nature de la liaison entre les deux astres. D'ailleurs le principe de Newton, sous sa forme absolument générale, n'est rien moins que clair, et le sens même en est

douteux dans plus d'un exemple touchant le Magnétisme et l'Électricité.

Le principe de la conservation de l'énergie définie comme la somme des produits des masses par les carrés des vitesses est, pour les systèmes libres, une conséquence immédiate du postulat fondamental de Hertz, et on le retrouve aussi sous sa forme habituelle pour une portion d'un système libre regardée comme soumise à certaines forces. Hertz fait une étude approfondie des mouvements cycliques et des mouvements conservatifs, en s'inspirant des recherches antérieures de Helmholtz. Considérons un système formé de masses visibles et de masses cachées, sous la condition que ces dernières forment ce que Hertz appelle un système cyclique adiabatique; le système primitif est dit *conservatif*. On sait que l'on distingue souvent l'énergie cinétique et l'énergie potentielle; pour un système conservatif, l'énergie cinétique est l'énergie définie comme plus haut des masses visibles, et l'énergie potentielle n'est autre chose que l'énergie des masses cachées. Ces deux énergies ne sont pas de natures différentes; la distinction au fond est factice et dépend du degré de notre connaissance. On voit combien sont

profondes les spéculations de Hertz; ces vues générales peuvent être regardées comme définissant ce qu'on doit entendre par une explication mécanique. Quant à la question de savoir si tout phénomème est susceptible d'une explication mécanique, j'y reviendrai tout à l'heure.

Les modes d'exposition déductifs, qu'ils se présentent sous une forme ou sous une autre, sont d'abord très séduisants. Ils condensent en quelques postulats que l'on formule au début les résultats auxquels a conduit la succession d'efforts et de tâtonnements des créateurs de la science du mouvement. Ces postulats ont un caractère extrêmement général, et l'on renvoie à l'expérience pour vérifier leurs conséquences plus ou moins lointaines. Il faut toutefois reconnaître que, à côté d'eux, d'autres modes d'exposition se rapprochant davantage de l'ordre historique seront, sans doute, longtemps encore préférés. Ce n'est pas qu'ils ne présentent de grandes difficultés et que la forme traditionnelle n'en doive être beaucoup modifiée. Il est à craindre toutefois qu'ils ne conservent un caractère à moitié inductif et à moitié déductif qui leur donne peu d'unité. La question étant de grande importance, on me permettra de dire

quelques mots sur un mode d'exposition que j'ai eu l'occasion d'indiquer, sans me faire illusion sur les critiques qu'on peut, comme à tout autre, lui adresser [1].

Un principe, comme le principe de l'inertie, n'est en réalité qu'une définition, et quand statiquement on mesure des forces avec un ressort ou un dynamomètre, il faut regarder aussi comme une définition le principe newtonien de l'égalité de l'action et de la réaction. Les expériences de Galilée se rapportent à la Dynamique dans un champ constant; elles postulent d'ailleurs le temps et l'espace absolus, et si la Terre tournait dans d'autres conditions autour de son axe, il aurait été beaucoup plus difficile d'édifier une Dynamique. On peut conclure des résultats expérimentaux de Galilée pour un champ constant le principe de l'indépendance de l'effet du champ et du mouvement antérieurement acquis; quant au principe général de l'indépendance des forces, il ne faut l'énoncer qu'avec certaines réserves, car, comme M. Poincaré en a fait la remarque, les champs de force peuvent parfois

---

(1) Les considérations succinctes qui suivent sont développées dans la *première Leçon de Dynamique* qui termine ce Volume.

influer les uns sur les autres. Dans une succession de champs constants et pour un même point matériel, les forces peuvent être définies au point de vue dynamique par les accélérations et statiquement avec un dynamomètre; c'est l'expérience seulement qui nous apprend que ces deux définitions donnent des nombres proportionnels. La comparaison des éléments matériels, c'est-à-dire la définition de la masse. peut se déduire de l'expérience fondamentale d'après laquelle tous les corps tombent de la même manière dans un même champ constant et des mesures statiques des forces. Enfin, on passe aux forces variables par le procédé limite, habituel aux mathématiques, et l'on obtient alors l'équation fondamentale de la Dynamique. Il faut toutefois bien comprendre son exacte signification et ne pas se payer de mots : cette équation n'a dans chaque cas d'intérêt qu'autant que des observations ou des expériences préliminaires, dont on généralise par une sorte d'induction les résultats, ont donné quelques renseignements sur la nature de la force.

Sans aucun doute, les débuts de la Mécanique exposés ainsi ou d'une manière similaire présentent un mélange de postulats et d'expériences

plus ou moins précises, avec quelque peu d'anthropomorphisme. Mais ce sont des inconvénients qu'on ne peut guère éviter si l'on veut rendre compte, dans ses grandes lignes, de la marche de la Science. Qu'on n'aille pas prétendre que cela est inutile ; en Géométrie, dira-t-on, on ne commence pas par décrire les observations et les expériences faites par l'humanité préhistorique et qui ont été l'origine des postulats de la Géométrie. On peut répondre que, dans la Science de l'espace, ces expériences sont aujourd'hui, pour une raison ou une autre, tellement simples que chacun les fait sans y songer, tandis qu'il n'en va pas de même en Mécanique, où les choses sont autrement complexes. Il est possible évidemment de procéder en Mécanique comme en Géométrie ; c'est ce que nous avons vu dans les expositions que j'ai appelées *déductives*, comme le système de Hertz. Mais des difficultés d'une autre nature se présentent, et les postulats fondamentaux placés au début paraissent singuliers à ceux devant qui on les énonce pour la première fois. Je ne sais ce que réserve l'avenir ; la Science entrera peut-être dans des voies que nous ne pouvons prévoir ; mais il y a lieu d'espérer que l'étude des prin-

cipes, qui tient aujourd'hui tant de place, aboutira à quelques résultats importants. Quelques savants pensent que le premier Chapitre de la Dynamique, telle que nous la construisons actuellement, je veux dire la Dynamique du point matérel, devra probablement disparaître. La chose assurément est possible, mais je ne la crois pas très prochaine; car les hypothèses atomiques jouent encore et joueront peut-être toujours un rôle prépondérant dans maintes parties de la Science. Plusieurs points de vue très différents peuvent d'ailleurs être conservés simultanément. Nous nous en rendrons bientôt compte en examinant les diverses tendances de la Physique générale à notre époque.

II.

DE L'EXPLICATION MÉCANIQUE DES PHÉNOMÈNES NATURELS.

C'était une idée chère aux Cartésiens que toutes les transformations du monde physique se font d'après les lois de la Mécanique. Quel est le sens exact de cette assertion, si toutefois elle en a un? La réponse n'est pas facile et peut présenter quelque indétermination. Que doit-on entendre par explication mécanique d'un phénomène? Pour Hertz, un phénomène offert par un système sera susceptible d'explication mécanique, si le système fait partie d'un système libre convenablement choisi, et si son mouvement peut être déduit des postulats fondamentaux indiqués plus haut. Helmholtz et M. Poincaré adoptent une forme un peu différente; ils se reportent au système classique des équations de Lagrange en Mécanique rationnelle. Ce système comprend des fonctions indéterminées des paramètres et de leurs dérivées; si l'on peut les

choisir de façon que les équations différentielles de Lagrange correspondent alors aux mouvements du système, il y aura pour ces mouvements une explication mécanique. De telles réponses restent bien abstraites et bien vagues si on ne les précise quelque peu; en fait, il est impossible d'obtenir des fonctions déterminées et de former par suite des équations différentielles, si une succession d'inductions, reposant sur des généralisations plus ou moins plausibles d'expériences simples, ne viennent apporter des renseignements indispensables. Dans quelle mesure maintenant est-il exact de dire, comme on l'a fait quelquefois, qu'une explication mécanique n'est autre chose qu'un système d'équations différentielles? On peut, une fois celui-ci obtenu, rejeter l'échafaudage qui a servi à former le système et chercher à tirer de ce système, avec les ressources de l'Analyse mathématique, la coordination des faits connus et à faire des prévisions qui sont le but suprême de la théorie et la marque de sa fécondité. Mais il arrive maintes fois que quelque fait nouveau vient montrer l'insuffisance de l'explication adoptée ; il faut alors compléter par l'addition de quelque terme les relations différentielles, et il est le plus souvent

nécessaire d'inspecter de nouveau l'échafaudage primitif pour pouvoir faire utilement les corrections dans la construction définitive. Si donc on peut accorder que la forme dernière d'une théorie consiste dans un système d'équations différentielles, il est indispensable de ne pas oublier cependant les idées qui ont servi à le former.

Revenons enfin à la question : *Tout phénomène est-il susceptible d'une explication mécanique?* Sur une question posée d'une manière si générale, la réponse est difficile, pour ne pas dire impossible. Les avis sont partagés, et c'est surtout dans l'étude des phénomènes caloriques qu'apparaissent les divergences d'opinion. L'explication mécanique du principe de Carnot présente, comme on sait, de grandes difficultés. Clausius, le premier, a essayé une telle explication, et ensuite Helmholtz, dans ses mémorables recherches sur le *principe de la moindre action*, pensait y avoir réussi ; depuis lui, M. Boltzmann a cherché à lever certaines objections faites à Helmholtz. L'idée essentielle d'Helmholtz consiste dans l'hypothèse de mouvements cachés; les variables, d'après lui, peuvent être partagées en deux catégories : les unes nous sont acces-

sibles, les autres nous sont inconnues et correspondent à des mouvements cachés. En faisant certaines hypothèses, on arrive pour les variables accessibles à des relations différentielles d'une tout autre forme que les équations de la Mécanique classique, et c'est ainsi qu'on peut rendre compte de la dissipation de l'énergie. M. Boltzmann, qui paraît avoir serré la question de beaucoup plus près qu'Helmholtz, fait une distinction entre les mouvements ordonnés et les mouvements non ordonnés ; pour lui, l'augmentation de l'entropie correspond à l'accroissement des mouvements non ordonnés par rapport aux mouvements ordonnés. M. Poincaré, à la fin de sa *Thermodynamique*, considère comme insuffisantes les tentatives d'Helmholtz et pense plutôt qu'il est des phénomènes non susceptibles d'explication mécanique. Je me garderais bien, pour ma part, de formuler une réponse sur une question qui me paraît trop vague. Pourquoi supposer qu'il n'y a d'explication mécanique que celle qui cadrerait avec les équations de Lagrange ? Ne pourrait-on pas adopter un point de vue plus compréhensif, et alors n'est-on pas menacé de tomber dans une querelle de mots ?

Nous venons de nous placer à un point de vue analytique et abstrait; en restant dans le même ordre d'idées, on peut donner quelquefois une forme plus concrète à ces considérations. Supposons que deux phénomènes différents conduisent au même système de relations différentielles; ils sont alors les modèles l'un de l'autre, et pour une même catégorie de phénomènes il peut y avoir plusieurs modèles. Remarquons, d'une manière générale, que les images que notre esprit se forme des choses sont des modèles de ces choses; ainsi, dans un système où il y a des masses cachées, c'est-à-dire inaccessibles à l'observation, nous ne pouvons faire autre chose que de créer pour lui des modèles sans pouvoir effectivement atteindre la réalité. L'accord entre l'esprit et la nature est, dans cet ordre d'idées, comparable à l'accord entre deux systèmes qui sont modèles l'un de l'autre.

Il semble alors que chacun soit libre de chercher des modèles différents. Il est bien vrai, en raison même de l'indétermination du problème, que les modèles peuvent être variés dans une certaine mesure; mais l'histoire de la Science montre cependant que cette variété est très limitée. Il faut, en effet, que nos représentations soient

simples, et, en restant dans le mécanisme pur, nous avons une tendance à revenir toujours à ces conceptions atomiques et moléculaires qui ont joué un rôle fondamental dans la Physique au XIXe siècle. Sans vouloir faire l'histoire complète des idées dans cette question des représentations mécaniques, il me faut dire ici quelques mots d'une représentation très spéciale, chère à l'école anglaise, où le modèle est construit avec les mécanismes les plus usuels. Maxwell a construit d'ingénieux appareils où se manifestent diverses analogies avec les phénomènes électriques et où, par exemple, l'induction apparaît comme due à l'inertie de certaines masses. Lord Kelvin, surtout, à été très loin dans cette voie, et il a même écrit qu'il n'était satisfait que quand il avait pu faire un modèle mécanique; c'est ainsi qu'avec des solides rigides il réalise des effets élastiques, grâce à des mouvements de rotation, et arrive à effectuer des représentations de l'éther. L'extrême complication de plusieurs de ces modèles, où l'on voit figurer des gyroscopes et des renvois de sonnette, choque les esprits habitués à voir les choses d'un point de vue analytique. Il est clair que, si l'on avait la prétention de saisir ainsi la réalité, il y aurait

là quelque chose d'étrange. Du moment qu'il ne s'agit que d'images, il n'y a pas à s'étonner que les avis diffèrent sur le degré de simplicité de telle ou telle représentation; les renvois de sonnette de Lord Kelvin ont leur philosophie.

III.

LA SCIENCE DE L'ÉNERGIE.

Nous venons de voir les difficultés que l'on rencontre quand on veut préciser la notion d'explication mécanique des phénomènes naturels. Quoi qu'il en soit de ces difficultés, le désir impérieux de chercher de telles explications a été pour le développement de la Science un stimulant d'une très grande fécondité ; nous nous en rendrons compte quand nous jetterons un coup d'œil sur les progrès récents de l'Optique et de l'Électricité. On se priverait incontestablement d'une arme puissante en renonçant à ces tentatives d'explications mécaniques qui ont rendu tant de services. Il faut toutefois reconnaître que, dans plusieurs cas, les contradictions et les bizarreries de quelques théories ont amené une sorte de découragement, et que les savants d'aujourd'hui n'ont plus, à ce point de vue, l'enthousiasme des physiciens géomètres de la pre-

mière moitié du siècle dernier. Il a pu même paraître à quelques-uns qu'il était étrange d'expliquer le connu par l'inconnu, le visible par l'invisible, d'imaginer par exemple, comme on l'a dit, un éther que nul œil humain ne verra jamais. Une telle accusation est justifiée, si l'on prend le mot d'explication dans le sens où il a été longtemps employé; mais elle perd de sa force si l'on ne cherche dans une explication qu'une image utile et féconde, et si l'on n'a pas la prétention d'atteindre la réalité, comme je le disais plus haut. La Science peut suivre à la fois des voies diverses, et la multiplicité des points de vue est non seulement légitime, mais indispensable.

Ceci dit, certaines lois ou hypothèses physiques, qui ne sont que la généralisation de faits observés, jouent aujourd'hui un rôle essentiel; elles ont pour objet d'établir des relations numériques définies entre des grandeurs directement mesurables. Parmi ces lois, celles de l'Énergétique sont fondamentales dans la Science de notre époque. La Thermodynamique a été, en quelque sorte, l'embryon de l'Énergétique, qui la comprend comme cas particulier; deux noms dominent la Thermodynamique, ceux de Mayer

et de Carnot, et des deux le plus grand est assurément celui de Sadi Carnot, précurseur prodigieux qui, par ses vues géniales, devança considérablement son temps. La fécondité, dans toutes les parties de la Physique, du principe de la conservation de l'énergie a été surtout mise en évidence par Helmholtz et par William Thomson, mais il faut bien avouer que ce principe si fécond ne peut être énoncé d'une manière générale. Dans chaque cas particulier on est amené à définir ce que l'on entend par énergie : c'est ainsi qu'on distingue les énergies mécanique, calorifique, électrique, chimique, radiante, etc., énergies qui se présentent en général sous la forme d'un produit de deux facteurs. Avec les formes d'énergie jusqu'ici cataloguées, si je puis dire, le principe de la conservation est vérifié pour tous les phénomènes connus, et le fait que l'on a eu seulement besoin d'introduire un nombre très limité de formes d'énergie constitue la grande importance de cette loi fondamentale. On ne doit cependant pas se dissimuler qu'on devra peut-être un jour introduire d'autres formes d'énergie, et alors en un certain sens on pourrait être tenté de regarder le principe de la conservation de l'énergie comme une définition; mais

il est clair que si, pour satisfaire à cette définition, il fallait envisager un trop grand nombre de formes d'énergie, le principe cesserait d'exister pour le physicien qui n'en pourrait rien tirer. Quoique nos idées sur la conservation de l'énergie aient leur origine historique dans le théorème des forces vives de la Mécanique rationnelle, ces premiers points de vue sont généralement abandonnés aujourd'hui. L'expérience reste le seul guide dans cette question pour chaque forme d'énergie. Il y a un équivalent mécanique de la chaleur, mais il n'y a pas d'équivalent de l'électricité, car la même quantité d'électricité produit, suivant les circonstances, un travail très différent; il y a, par contre, un équivalent mécanique de l'énergie électrique.

Pour toute une école de savants, l'énergie n'est pas seulement une conception abstraite sans existence réelle; elle a pour eux, comme la matière, plus peut-être que la matière, une existence objective, et nous ne pouvons ni la créer ni la détruire. De l'équivalence des différentes formes de l'énergie on ne doit d'ailleurs pas conclure à leur identité. Le déplacement de l'énergie est la condition essentielle de l'existence des phénomènes; or, toutes les formes connues de

l'énergie ont une tendance à se transformer en énergie calorifique, qui se présente comme la forme la plus stable. Ainsi, on peut transformer entièrement du travail mécanique en chaleur versée dans une même source, mais il n'est pas possible de réaliser la transformation inverse. D'abord, le principe de Carnot nous apprend qu'une certaine quantité de chaleur ne peut abandonner une source pour se transformer entièrement en travail, ce qui suffit déjà à montrer dans la chaleur une forme inférieure de l'énergie ; toutefois, si la transformation est réversible, il y a une sorte de compensation puisque, si une partie de l'énergie est dégradée, une autre se trouve élevée. Mais, quand la transformation est irréversible, il y a une dégradation définitive sans compensation. Ainsi, dans un système soustrait à toute action extérieure et passant par voie irréversible d'un état à un autre, la quantité d'énergie est bien constante, mais la quantité d'énergie utilisable pour produire du travail diminue : la *qualité* de l'énergie a diminué. Un tel résultat est produit par le frottement qui rend une transformation irréversible, par des chutes de chaleur par conductibilité ou rayonnement entre les diverses parties du système, par la résistance des

conducteurs dans la propagation de l'électricité, par l'hystérésis dans les phénomènes magnétiques, etc.

On sait quelles conclusions philosophiques Clausius et William Thomson ont déduites, par une gigantesque extrapolation, de la loi de la dégradation de l'énergie. Il est peut-être exagéré de déduire de principes expérimentaux, dont les vérifications sont bien limitées, des vues générales sur l'avenir de l'Univers. Disons seulement que la Thermodynamique autorise à penser que l'Univers marche fatalement dans un sens déterminé, les énergies utilisables s'usant incessamment. Des êtres aux facultés plus aiguisées que les nôtres pourraient-ils s'opposer à cette dissipation de l'énergie? C'est une question qu'on ne pose que pour rappeler le petit démon de Maxwell qui pouvait suivre les molécules dans leurs courses.

Cette dégradation est-elle compatible avec une explication mécanique? C'est un point que j'ai touché plus haut et sur lequel il semble difficile de faire une réponse définitive. Elle est négative, comme je l'ai dit, pour M. Poincaré et aussi pour M. Lippmann et beaucoup de physiciens. Au contraire, M. Helmholtz et

M. Boltzmann, pour qui le principe de Carnot correspond au principe de la moindre action, sont pour l'affirmative. Si des tentatives comme celles d'Helmholtz et de Boltzmann sont d'un grand intérêt pour les géomètres, il faut reconnaître que les physiciens s'en désintéressent généralement aujourd'hui. Pour beaucoup d'entre eux, les équations de la Physique sont des relations quantitatives entre grandeurs qualitativement irréductibles. J'ai déjà écrit plusieurs fois le mot de *qualité*. Le principe Cartésien que tout, dans le monde matériel, s'explique par l'étendue et le mouvement, serait-il abandonné aujourd'hui? Il semble que oui, au moins partiellement; on ne peut douter, par exemple, que l'énergie n'ait des qualités diverses, quand on entend dire que la chaleur est une forme dégradée de l'énergie. Mais, si l'explication mécanique, au sens étroit et ancien du mot, est pour quelques-uns condamnée sans retour, il n'est pas impossible que la notion du mécanisme soit susceptible d'un sens plus large permettant de concilier les tendances les plus différentes.

La Thermodynamique a été l'origine de l'Énergétique; aussi celle-ci, à sa naissance, a-t-elle été envahie par un certain nombre de

points de vue spéciaux à la Thermodynamique et règne-t-il encore aujourd'hui quelque confusion dans l'exposition des principes généraux de l'Énergétique. Depuis quelques années, à la suite des travaux de M. Gibbs et de Helmholtz, le rôle d'une fonction importante, le potentiel thermodynamique, a été mis en lumière par divers physiciens, parmi lesquels je dois citer tout particulièrement M. Duhem. Ce potentiel thermodynamique donne la mesure de ce que Carnot appelait la puissance motrice. En France, M. Le Chatelier, en Allemagne, MM. Meyerhofer et Ostwald reprennent aujourd'hui les points de vue de Carnot en partant de la notion de la puissance motrice qui leur apparaît comme une réalité concrète. Une définition générale est sans doute ici impossible comme pour l'énergie, mais dans chaque cas particulier on reconnaît que, si deux systèmes de corps sont en présence, il y a échange d'une certaine propriété qui est perdue par l'un des systèmes et gagnée par l'autre, celle de pouvoir se transformer directement, soit isolément, soit en provoquant dans un autre système une transformation inverse; c'est cette propriété qu'on appelle la *puissance motrice*. On peut énoncer à ce sujet quelques

lois générales. On a d'abord la loi de conservation de la capacité de puissance motrice, d'après laquelle dans toute dépense de puissance motrice il y a une fonction de changements corrélatifs de même nature qui reste constante, fonction que fait connaître l'expérience; il n'en est pas ainsi toutefois pour la chaleur, qui constitue une exception parmi les diverses espèces de puissance motrice. Une seconde loi de l'Énergétique consiste dans l'impossibilité de créer de la puissance motrice sans en dépenser ailleurs; elle est la généralisation de l'impossibilité du mouvement perpétuel. Enfin, d'après une troisième loi générale, il est impossible de détruire de la puissance motrice sans créer de la chaleur : c'est, au fond, la loi de Joule. On comprend d'ailleurs que les principes expérimentaux auxquels on rattache les lois générales de l'Énergétique puissent être choisis de différentes façons, et à cet égard les intéressants travaux de M. Mouret et du commandant Ariès méritent d'être cités [1].

---

[1] Depuis que ces lignes sont écrites a paru la *Thermodynamique générale* de G. Robin, Ouvrage remarquable se rattachant systématiquement à la seconde des deux tendances que nous venons d'étudier.

Il importe aussi de prévenir toute illusion sur le degré d'utilité à tirer des lois générales de l'Énergétique. Leur utilité est en quelque sorte qualitative : elle consiste à prévoir le sens d'un phénomène et à déduire d'une première loi trouvée expérimentalement une proposition réciproque ; par exemple, de l'électrisation des cristaux hémièdres par compression, M. Lippmann déduit la déformation des cristaux produite par l'influence électrique. Mais, pour avoir des évaluations quantitatives, il faudra faire intervenir des lois spéciales aux phénomènes étudiés ; ce n'est qu'ainsi que la science de l'Énergie peut être féconde. Nous en verrons de nombreux exemples en analysant les principaux Chapitres de la Physique, de la Chimie et de la Physicochimie.

Nous pensons avoir montré dans ce Chapitre les deux principales tendances entre lesquelles se partagent aujourd'hui les savants qui étudient la nature inanimée. Elles sont radicalement opposées dans leur esprit, mais pratiquement il y a entre elles bien des ponts, et, dans la recherche, le partisan le plus convaincu de l'Énergétique purement expérimentale n'hésite pas à se faire parfois certaines représentations dont le carac-

tère est en désaccord avec ses propres idées. Cela est fort heureux; ce n'est qu'en adoptant des points de vue divers, quelquefois opposés, que les Sciences progressent. Ne mutilons pas l'esprit humain dans la tâche immense qu'il a à accomplir.

UNE

PREMIÈRE LEÇON DE DYNAMIQUE.

1. Étudions d'abord le mouvement d'une portion de matière assez petite pour qu'on puisse la regarder, sans erreur sensible, comme réduite à un point; c'est ce que nous appellerons un *point matériel.* Cette étude ne peut être entreprise sans faire certaines hypothèses et sans admettre certains *principes* qu'il est impossible de vérifier directement et dont seulement des conséquences plus ou moins lointaines sont réellement susceptibles d'être contrôlées par l'expérience. Sans entrer ici dans aucun détail historique, qu'il me suffise de citer Galilée, Descartes, Huygens et Newton, comme les créateurs, à des titres divers, de la science du mouvement.

Principe de l'inertie. — Il comprend deux parties :

1° Quand un point matériel est en repos dans

l'espace, il reste en repos si aucune action extérieure ne s'exerce sur lui;

2° Quand un point matériel est en mouvement dans l'espace, son mouvement est rectiligne et uniforme si aucune action extérieure ne s'exerce sur lui.

Il résulte de là que, si le mouvement d'un point matériel n'est pas rectiligne et uniforme, certaines actions extérieures s'exercent sur lui, *et ceci est en quelque sorte une définition*. On donne le nom de *forces* à ces actions que l'on regarde comme produisant ou modifiant le mouvement d'un point matériel.

2. Avant de passer à un second principe, nous allons poser d'abord la notion de *champ de forces constantes*. Une portion déterminée de l'espace sera dite un *champ de forces*, si un point matériel abandonné à lui-même en un point arbitraire de ce champ ne reste pas en repos. Le champ de forces sera dit *constant*, si un point matériel, abandonné en un point quelconque sans vitesse initiale et un instant quelconque, décrit toujours la même trajectoire (transportée seulement parallèlement à elle-même) et de la même manière. La pesanteur offre, dans le

vide et pour un espace *assez petit,* un exemple de champ constant.

Cette notion acquise, nous posons maintenant le second principe, dans l'énoncé duquel *il ne s'agit que de champ de forces constantes.*

Si un point matériel se trouve à la fois dans plusieurs champs de forces constantes, le mouvement que prend le point à partir d'un certain instant s'obtient *en composant cinématiquement le mouvement rectiligne et uniforme dû à la vitesse initiale et les mouvements que produirait chacun des champs s'il agissait seul sur le point matériel partant du repos.*

Ainsi, supposons qu'un point matériel occupe à un moment t la position A avec une vitesse V_0 et qu'il se trouve à la fois dans deux champs de forces constantes. Soit B la position qu'occuperait au bout du temps $t + \theta$ le point matériel soumis seulement au premier champ et abandonné en A sans vitesse; soit de même B′ la position correspondant au second champ dans les mêmes conditions; soit enfin B″ l'extrémité du segment obtenu en portant une longueur $V_0\theta$ sur la direction de la vitesse V_0. On obtiendra la position véritable du mobile au temps $t + \theta$ en faisant la somme géométrique des trois vecteurs AB, AB′ et AB″.

On voit que chaque champ agit, en quelque sorte, comme s'il était seul et si le point n'avait pas eu une vitesse initiale V_0 ; aussi le principe précédent peut-il être appelé le *principe de l'indépendance de l'effet des forces et du mouvement antérieurement acquis*. Mais dans l'application du principe, sous la forme que nous venons de lui donner, il est essentiel de se rappeler qu'il s'agit seulement de champ de *forces constantes*.

3. Supposons en particulier qu'il n'y ait qu'un seul champ. On devra composer le déplacement $V_0\theta$ dû à la vitesse acquise avec le déplacement résultant de l'action du champ sur le point placé en A et partant du repos. Soit Γ la trajectoire du point matériel placé en A au temps t sans vitesse initiale, trajectoire qui sera parcourue suivant une certaine loi. On peut se représenter le mouvement de la manière suivante :

Imaginons que la courbe Γ se déplace d'un mouvement de translation uniforme avec la vitesse V_0, pendant que notre mobile se déplace sur la courbe suivant la loi convenable; on aura ainsi la trajectoire véritable.

Pour le cas simple qui précède, on peut imaginer facilement des vérifications expérimentales

du principe. Dans un wagon animé d'un mouvement de translation uniforme, un point pesant abandonné sans vitesse relative rencontre le plancher du wagon toujours au même point, quelle que soit la vitesse du mouvement de translation. Il doit bien en être ainsi, d'après le second principe, puisque la trajectoire relative du point tombant par rapport au wagon est la trajectoire du point quand le wagon reste au repos.

4. Le second principe nous permet de trouver la nature du mouvement d'un point matériel dans un champ de forces constantes. On a vu en Cinématique que, si un point a un mouvement relatif par rapport à un système animé d'un mouvement *de translation,* l'accélération absolue du point est la somme géométrique de l'accélération relative et de l'accélération d'entraînement. Appliquons ce résultat à notre problème actuel, où le mouvement de translation de la courbe Γ est uniforme; l'accélération absolue du mobile à l'instant $t + \theta$ sera égale à son accélération relative sur la courbe Γ. Faisons, en particulier, $\theta = 0$; l'accélération absolue du point au temps t sera égale à l'accélé-

ration qu'a au départ le point matériel partant du repos et soumis au champ considéré. Elle a donc une valeur constante, et nous arrivons ainsi à ce résultat très important que *le mouvement d'un point matériel dans un champ de forces constantes est un mouvement dont l'accélération est constante.* On aura donc

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \alpha, \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = \beta, \qquad \frac{d^2z}{dt^2} = \gamma.$$

Si le point part du repos et est placé à l'origine, on déduit de là immédiatement

$$x = \frac{\alpha t^2}{2}, \qquad y = \frac{\beta t^2}{2}, \qquad z = \frac{\gamma t^2}{2}.$$

La trajectoire sera rectiligne; en la prenant comme axe des z, on aura

$$\alpha = \beta = 0;$$

et nous avons finalement

$$z = \frac{\gamma t^2}{2}.$$

Le mouvement est uniformément accéléré et d'accélération γ. La direction de la droite, trajectoire du point, sera la *direction* du champ de forces.

5. Le point matériel A *restant toujours le même*, les différents champs de forces se distingueront les uns des autres par leur direction et l'accélération du mouvement. Nous prendrons, comme mesure des forces agissant sur le point *déterminé* A dans chacun de ces champs, des quantités proportionnelles aux accélérations,

$$\gamma, \quad \gamma', \quad \ldots,$$

et si l'on appelle $f, f', \ldots$ ces forces, on aura par *définition*

$$\frac{f}{\gamma} = \frac{f'}{\gamma'} = \ldots,$$

et elles auront, par définition, pour direction les directions de ces accélérations.

Nous pouvons facilement trouver le champ résultant de la superposition de deux champs de forces constantes. Supposons qu'un point, partant du repos, soit placé simultanément dans deux champs de forces constantes. Quel mouvement prendra-t-il? Supposons que Ox représente la direction du premier champ, et Oy la direction du second champ. Si le premier champ agissait seul, on aurait par rapport aux deux axes Ox et Oy la trajectoire

$$x = \frac{\gamma t^2}{2}, \qquad y = 0,$$

et, si le second champ était seul actif,

$$x = 0, \qquad y = \frac{\gamma' t^2}{2}.$$

Donc, quand les deux champs agissent simultanément, on a, d'après le second principe

$$x = \frac{\gamma t^2}{2}, \qquad y = \frac{\gamma' t^2}{2}.$$

Le mouvement est donc encore uniformément accéléré, et l'accélération est la somme géométrique des deux accélérations γ et γ', d'où se déduit de suite la règle du parallélogramme des forces.

6. La définition *dynamique* de la force dans un champ constant, que nous venons de donner en ayant égard au mouvement produit, n'est pas celle qui s'est présentée la première au point de vue historique. L'idée de force provient de la notion de l'effort que nous faisons quand nous supportons un fardeau, ou que nous tirons sur une corde fixée par exemple à un clou. Si nous pouvions évaluer avec précision l'effort fait pour supporter différents poids, nous pourrions nous servir de cet effort pour mesurer les forces. Mais

un effort est aussi une cause de déformation; appliqué à un corps solide, il en change la figure. Soit considéré un ressort parfaitement élastique, et montrons comment il va pouvoir servir à mesurer les forces au point de vue statique. Plaçons-nous dans le champ de la pesanteur à Paris, et prenons une matière déterminée bien homogène, du platine par exemple. En suspendant au ressort, dont on a orienté l'axe moyen dans le sens de la verticale, des quantités croissantes de platine, nous avons des déformations variables; or prenons comme unité de force l'*action statique* sur le ressort d'un volume déterminé de platine. Nous admettons tout naturellement que, pour un volume double, l'action statique sur le ressort est double, et ainsi de suite. Nous avons ainsi un instrument (dynamomètre) qui se trouve gradué et avec lequel nous pouvons évaluer les actions statiques. Or reprenons notre point matériel A de tout à l'heure, et considérons un champ de forces constantes; avec le ressort, dont on place l'axe moyen dans le sens du champ, et en fixant à son extrémité le point A, nous pouvons évaluer l'action statique sur le point A. Nous avons donc, pour *différents* champs, *différentes* actions statiques; d'où *une*

seconde définition, qui est statique, de la force agissant sur le point A *dans chacun des champs.* Nous regardons *comme un résultat expérimental* que les nombres représentant les forces envisagées au point de vue dynamique et au point de vue statique sont proportionnels, C'est là un résultat capital.

7. *Nous n'avons jusqu'ici considéré qu'un seul point matériel* A. Pour tout autre point matériel, on peut refaire les mêmes expériences : il s'agit de comparer les points matériels les uns aux autres. Il n'y aurait aucune difficulté si la *matière* se présentait à nous sous une forme unique; on pourrait parler, comme le faisait Newton dans la définition de la masse, de la *quantité* de matière. Mais on sait que la matière se présente à nous sous un certain nombre de formes irréductibles les unes aux autres, au moins dans l'état actuel de la Science. *Or l'expérience apprend*, ce qui va être pour nous absolument fondamental, *que dans un même champ l'accélération du mouvement produit, quel que soit le point matériel, est la même.* C'est ce qu'on exprime, pour le champ de la pesanteur, en disant que tous les corps tombent avec la même

vitesse dans le vide, ce qui veut dire qu'un morceau de fer et un morceau de cuivre, par exemple, prennent dans le vide un mouvement uniformément accéléré dont l'accélération est *la même*.

Ceci posé, plaçons-nous dans un champ déterminé d'ailleurs quelconque, et suspendons différents points matériels à l'extrémité de notre ressort gradué. Nous dirons que *ces points ont des masses égales*, s'ils donnent au ressort la même flexion. Il est aisé de voir que, si deux points matériels amènent la même flexion dans un certain champ, ils amèneront une même flexion, quoique différente de la première, dans tout autre champ; en effet, les flexions indiquent des forces que nous avons vues être proportionnelles aux accélérations, et, puisque les accélérations sont les mêmes dans un même champ pour tous les points matériels, si la flexion est la même pour deux points dans un certain champ, elle sera la même dans tout autre champ. De la définition de deux masses égales résulte la définition d'une masse double, triple, ... d'une autre. Une masse sera double, par exemple, d'une autre, si elle donne dans tout champ une déformation correspondant à une action statique double. Nous sommes donc ainsi conduit à attribuer aux

différents points matériels M, M′ ... des coefficients m, m' ... que nous appellerons les *masses* de ces points; c'est, pour le moment, un système de nombres proportionnels.

8. Il résulte, de tout ce qui précède, que, dans un même champ, les forces agissant sur deux masses inégales sont proportionnelles à ces masses. D'autre part, les forces agissant dans différents champs sur un même point sont proportionnelles aux accélérations des mouvements produits. On en conclut que, dans deux champs d'accélérations γ et γ' et pour deux points de masses m et m', les forces F et F′ sont proportionnelles aux produits $m\gamma$ et $m'\gamma'$. Nous avons donc

$$\frac{F}{F'} = \frac{m\gamma}{m'\gamma'}.$$

On peut, pour un point déterminé M′, prendre $F' = m'\gamma'$; on aura alors pour tout autre point

$$F = m\gamma,$$

c'est-à-dire que le nombre mesurant la force est égal au produit du nombre m mesurant la masse par le nombre mesurant l'accélération.

Si l'on prend en particulier le champ de la pe-

santeur dans un lieu déterminé, à Paris par exemple, la force du champ sur un point de masse m peut être prise égale au poids de cette masse; on écrira donc

$$P = mg,$$

g désignant l'accélération de la pesanteur à Paris ($g = 9^{m},81$ évalué en mètres).

9. Pour avoir des évaluations numériques de forces ou de masses, il faut avoir fait choix d'un système d'unités. Un tel système peut être pris arbitrairement, pourvu que le nombre mesurant la force soit égal au produit du nombre mesurant la masse par le nombre mesurant l'accélération. On prend généralement comme unité de temps la seconde de temps moyen. En Mécanique appliquée, le mètre est le plus souvent pris pour unité de longueur et l'unité de force est le *kilogramme-force*, c'est-à-dire le poids à Paris d'une masse étalon de platine déposée aux Archives. Dans ces conditions, il est facile de trouver ce que sera la masse *unité;* puisque

$$m = \frac{P}{g},$$

ce sera la masse d'un point matériel qui pèse à Paris $9^{kg},81$.

En Physique générale, on a préféré un autre système. L'inconvénient du système précédent est que l'unité de force (kilogramme-force) est une quantité dont la définition exige l'indication d'un lieu déterminé. La masse d'un corps, qualité physique inhérente à ce corps, se trouve alors représentée par des nombres différents suivant que le kilogramme-force se trouve rapporté à un lieu ou à un autre de la terre.

Le système usité en Physique est le système dit C.G.S. L'unité de longueur est la longueur du centimètre. L'unité de masse est la masse du gramme, c'est-à-dire la masse de la millième partie de l'étalon de platine qui représente le kilogramme. D'après la formule

$$F = m\gamma,$$

on voit que l'on aura $F = 1$, si $m = 1$, et $\gamma = 1$. L'unité de force, c'est-à-dire la force représentée par *un*, est la force agissant sur la masse d'un gramme dans un champ dont l'accélération est égale à *un* centimètre. Cette unité de force s'appelle une *dyne*. Il est facile de trouver le rapport entre la dyne et le poids du gramme à

Paris. On a, d'après la formule fondamentale

Poids du gramme à Paris $= 981$ dynes (puisque $m = 1$).

Donc la dyne vaut à peu près un milligramme à Paris.

10. Nous n'avons considéré jusqu'ici que des champs de forces constantes. Quand un point n'est pas animé d'un mouvement à accélération constante, que pouvons-nous regarder comme étant la force agissant sur lui? Soient M la position du mobile de masse m au temps t sur sa trajectoire et v sa vitesse à cet instant; soit de plus M′ sa position au temps $t + \Delta t$. Nous allons chercher quelle force constante devrait agir sur le point m placé en M au temps t avec la vitesse v pour qu'il se trouve en M′ au temps $t + \Delta t$. Rappelons-nous une des définitions de l'accélération : si l'on porte sur la tangente en M dans le sens du mouvement une longueur MM″ égale à $v\Delta t$, le vecteur $\frac{2\overline{M''M'}}{\overline{\Delta t}^2}$ a pour limite l'accélération. Or, si nous considérons une force constante agissant sur le point M partant du repos, le point décrira pendant le temps Δt un segment de droite MN dans la direction de la force, et

en appelant γ l'accélération correspondant au champ constant, on aura

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}\gamma\,\overline{\Delta t}^2 \qquad \text{ou} \qquad \gamma = \frac{2\,\overline{MN}}{\overline{\Delta t}^2};$$

la force f sera égale à $m\gamma$ et la direction du champ sera celle de MN. D'autre part, d'après le second principe, on obtiendra la position du point au temps $t + \Delta t$, en transportant le segment MN parallèlement à lui-même de manière que M vienne en M″; on en conclut de suite que MN est égal et parallèle à M″M′. Si nous considérons maintenant le mouvement réel du point comme la limite d'une succession de mouvements *discontinus* analogues à celui que nous venons d'envisager pendant le temps très petit Δt, nous serons tout naturellement conduit à regarder comme représentant la force au temps t la limite de la force f. En désignant donc par (Γ) l'accélération de M au temps t, et en désignant par (F) la force, *on aura l'égalité géométrique fondamentale.*

$$(F) = (m\Gamma)$$

Le vecteur qui représente la force ne diffère donc du vecteur qui représente l'accélération que

par le facteur positif m. En désignant par X, Y, Z les composantes de la force, on aura, d'après l'égalité précédente

$$(1)\quad m\frac{d^2x}{dt^2}=X,\qquad m\frac{d^2y}{dt^2}=Y,\qquad m\frac{d^2z}{dt^2}=Z.$$

11. Il peut sembler au premier abord que les égalités précédentes *définissent* tout simplement X, Y, Z, et l'on peut se demander quel intérêt elles présentent. Elles ne seront en effet utiles pour renseigner sur le mouvement du point m et permettre de prédire ce mouvement, que si l'on connaît *autrement que par ces égalités mêmes* X, Y, Z. Indiquons immédiatement quelques exemples simples pour fixer les idées sur ce point capital.

Voici d'abord un premier cas où l'identité par nous admise, entre les points de vue statique et dynamique, montre l'importance des formules précédentes. Supposons que nous ayons affaire à un champ de force où la force puisse être mesurée statiquement à un instant quelconque et se trouve être seulement une fonction des coordonnées (x, y, z) du point m. Nous pourrons alors dans (1) regarder X, Y, Z comme des fonctions *connues* de x, y, z et l'intégration du sys-

tème (1), pour une position initiale donnée, nous donnera le mouvement du point correspondant à ces données initiales. Ainsi, pour prendre un exemple très simple, soit un point placé à l'extrémité d'un ressort. Le point se trouve à l'origine sur l'axe Ox, quand le ressort est à l'état naturel. On tend le ressort; l'expérience montre que la force à appliquer au point pour le maintenir en équilibre est proportionnelle au déplacement, c'est-à-dire que la force exercée par le ressort sur un point est représentée par

$$-\mu x \quad (\mu > 0).$$

On a donc l'équation différentielle

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu x$$

dont l'intégration fait connaître le mouvement du point.

En posant $\frac{\mu}{m} = k^2$, on aura l'équation

$$\frac{d^2x}{dt^2} = k^2 x = 0,$$

dont l'intégrale générale est

$$x = A\cos kt + B\sin kt$$

A et B étant des constantes arbitraires. Suppo-

sons que le point soit abandonné au temps $t = 0$ sans vitesse initiale à la distance a de l'origine. On devra avoir

$$x = a, \qquad \frac{dx}{dt} = 0 \qquad \text{pour} \qquad t = 0,$$

ce qui détermine immédiatement les constantes A et B

$$A = a, \qquad B = 0,$$

et l'équation du mouvement est

$$x = a \cos kt.$$

12. Il peut arriver que X, Y, Z puissent être déterminées dans d'autres conditions en fonction de x, y et z. Supposons que l'on ait un champ dans lequel on ait observé des mouvements particuliers, et que les valeurs de X, Y, Z déduites des équations (1) puissent, pour ces mouvements particuliers, être mises sous la forme de fonctions déterminées x, y, z. On pourra admettre qu'il en est ainsi pour tous les mouvements se produisant dans le champ, et alors l'intégration des équations (1) donnera le mouvement dans tous les cas possibles. Nous verrons bientôt que, en partant du mouvement des planètes satisfaisant aux lois de Képler, c'est-

à-dire de certains mouvements particuliers, Newton a été conduit à la loi de la gravitation universelle; c'est là un exemple de la circonstance qui vient d'être indiquée d'une manière générale.

13. D'autres circonstances peuvent encore se présenter. On est conduit quelquefois à regarder dans les équations (1) les composantes X, Y, Z de la force comme fonctions non seulement de x, y, z, mais aussi de $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$. Il est clair que, dans ce cas, ce ne seront pas des expériences *statiques* préliminaires qui pourront nous faire connaître X, Y, Z. Ce ne pourront être, comme au paragraphe précédent, que des observations *dynamiques*. Un exemple en est fourni par l'étude du mouvement d'un projectile dans l'air. Il y a résistance de l'air sur laquelle nous ne savons rien *a priori*. Je suppose qu'un grand nombre d'expériences aient été faites; la photographie instantanée permet de savoir dans quelles conditions le point parcourt sa trajectoire. On peut donc regarder comme connues la vitesse et l'accélération à chaque instant; de là se déduisent, par les équations (1) elles-mêmes, les

valeurs de X, Y, Z en dehors de la pesanteur et par conséquent la résistance de l'air. On constate alors que, dans certaines conditions de grandeurs de la vitesse, cette résistance est une certaine fonction de la vitesse. Le résultat acquis dans ces expériences déterminées est regardé (entre les mêmes limites de grandeur des vitesses) comme général, et le mouvement de tout point m peut être obtenu par l'intégration du système (1), dans lequel on a remplacé X, Y, Z par des expressions connues de la vitesse.

14. Des cas de nature différente de ceux que nous venons d'examiner se rencontrent dans la Dynamique du point matériel. Le point peut être assujetti à certaines liaisons, à rester par exemple sur une surface. Par le fait de cette liaison, une certaine force se trouve agir sur le point; ce sera encore à l'expérience à faire connaître certaines propriétés de cette force de liaison, de façon que le système des trois équations (1) achève de la déterminer en même temps qu'elles permettent de déterminer le mouvement du point sur la surface.

Ces divers exemples suffisent pour donner une première idée de la véritable signification des

équations (2). On la comprendra mieux encore par l'étude des divers problèmes que nous allons bientôt traiter.

15. Nous terminerons en donnant quelques définitions relatives *au travail d'une force*. L'ascension d'un poids exige un certain travail ; celui-ci, économiquement, est proportionnel au produit du poids P à soulever par la hauteur H ; nous prendrons donc pour expression du travail le produit PH. On prend, en Mécanique appliquée, comme unité de travail le *kilogrammètre :* c'est le travail correspondant à l'élévation d'un kilogramme à Paris à la hauteur d'un mètre. Si P est évalué en kilogrammes et H en mètres, le produit PH représentera des kilogrammètres. Quelles que soient les machines employées, quel que soit le genre de travail qu'elles accomplissent, ce travail peut toujours être assimilé à celui d'un poids soulevé à une certaine hauteur et peut, par conséquent, être évalué en kilogrammètres.

Dans le système C.G.S., l'unité de travail s'appelle l'*erg*. L'erg est le travail accompli par une dyne, le chemin parcouru étant *un* centimètre. On obtient l'expression d'un travail en

ergs en multipliant la force exprimée en dynes par le chemin parcouru exprimé en centimètres. Exprimons en ergs le kilogrammètre. Le gramme-force vaut 981 dynes; donc le kilogramme-force vaut 981 000 dynes. Par suite

$$\text{le kilogrammètre} = 981\,000 \times 100 \text{ ergs} = 98\,100\,000 \text{ ergs},$$

ce qui peut encore s'écrire

$$9{,}81 \times 10^7 \text{ ergs}.$$

On voit donc que l'erg est une très petite fraction du kilogrammètre; aussi n'emploie-t-on pas en Physique, comme unité pratique de travail, l'erg qui est trop petit, mais l'erg multiplié par 10^7; cette unité pratique s'appelle *un joule*.

D'après l'égalité précédente, un joule est égal à un kilogrammètre divisé par 9,81; c'est donc environ un dixième du kilogrammètre.

La notion de travail ne suffit pas, à elle seule, pour faire connaître d'une manière complète les propriétés d'une machine, car la question de *temps* n'y joue aucun rôle. On appelle *puissance mécanique* la quantité de travail pendant une seconde. L'industrie a adopté pour unité de puissance le *cheval-vapeur*. Le cheval-vapeur correspond à un travail de 75^{kgm} par seconde.

En Physique et dans les industries électriques, l'unité pratique de puissance mécanique correspond au travail de *un* joule par seconde; on l'appelle un *watt*. Le kilowatt, qui vaut mille watts, est très usité. Exprimons un cheval-vapeur en kilowatts; un cheval-vapeur correspondant à 75^{kgm} correspond à

$$75 \times 9,81 \text{ joules};$$

il est donc égal à

$$75 \times 9,81 \text{ watts},$$

c'est-à-dire à

$$0,075 \times 9,81 \text{ kilowatts}.$$

On peut dire que le cheval-vapeur vaut à peu près $\frac{3}{4}$ de kilowatt.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

Pages.

Mécanique et Énergétique 1

I. Sur les principes de la Mécanique 1

II. De l'explication mécanique des phénomènes naturels 15

III. La Science de l'Énergie 22

Une première Leçon de Dynamique 33

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS,
31047 Quai des Grands-Augustins, 55.

ENGINEERIN

QC 125 .P52 1902 C.1
Quelques reflexions sur la mec
Stanford University Libraries
3 6105 030 396 050

DATE DUE

TIMOSHENKO COLLECTION
IN HOUSE USE ONLY

STANFORD UNIVERSITY LIBRARIES
STANFORD, CALIFORNIA 94305-6004

LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS,

QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55, A PARIS.

APPELL (Paul), Membre de l'Institut, Professeur à l'Université de Paris, et **LACOUR (Emile)**, Maître de Conférences à l'Université de Nancy. — **Principes de la théorie des fonctions elliptiques et applications.** Un beau volume grand in-8 de IX-421 pages, avec figures; 1896... 12 fr.

APPELL (Paul), Membre de l'Institut. — **Traité de Mécanique rationnelle.** (Cours de Mécanique de la Faculté des Sciences.) 3 volumes grand in-8, se vendant séparément.

TOME I. — *Statique. Dynamique du point*, 2e édition avec figures. Un premier fascicule est paru; prix du volume complet pour les souscripteurs..... 16 fr.

TOME II. — *Dynamique des systèmes. Mécanique analytique*, avec 99 figures; 1896..... 16 fr.

TOME III. — *Équilibre et mouvement des milieux continus* (Deux fascicules, 456 pages, ont paru). Prix du volume complet pour les souscripteurs..... 15 fr.

FREYCINET (Ch. de), de l'Institut. — **Essais sur la Philosophie des Sciences**, *Analyse; Mécanique*. In-18; 1896..... 6 fr.

JOUFFRET (E.), Chef d'escadron d'Artillerie. — **Introduction à la Théorie de l'énergie.** Petit in-8; 1883..... 3 fr. 50 c.

PICARD (Émile), Membre de l'Institut, Professeur à la Faculté des Sciences. — **Traité d'Analyse** (Cours de la Faculté des Sciences.) Quatre volumes grand in-8 avec figures, se vendant séparément.

TOME I : *Intégrales simples et multiples. — L'équation de Laplace et ses applications. Développement en séries. — Applications géométriques du Calcul infinitésimal.* 2e édition, revue et corrigée; 1901..... 16 fr.

TOME II : *Fonctions harmoniques et fonctions analytiques. — Introduction à la théorie des équations différentielles. Intégrales abéliennes et surfaces de Riemann;* 1893..... 15 fr.

TOME III : *Des singularités des intégrales et des équations différentielles. Étude du cas où la variable reste réelle et des courbes définies par des équations différentielles. Équations linéaires; analogie entre les équations algébriques et les équations linéaires;* 1896..... 18 fr.

TOME IV : *Équations aux dérivées partielles ...* (*En préparation.*)

31047 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS, quai des Grands-Augustins, 55.